

はじめに

高校の教科書で扱われている数学の内容は概念的に難しいものは少なく、一つ一つを丁寧に理解していけばよいのですが、教科書に掲載されている練習問題は少なく、自分がどのくらい理解したのか測るには十分な量ではありません。また、類題などの練習問題を解くことで、その内容を初めて理解できたり、さらに理解が深まったりすることもよくあります。

実際に大学入試で出題される問題は、単独の分野からの出題であったとしても、いくつかの項目(例えば、複数の公式を組み合わせる)が必要な問題であったり、複数の分野にまたがる内容からなる、いわゆる融合問題がその大半を占めます。そのような問題を分析・考察し、解答を作成するには、教科書で学習した内容を自分の頭の中で有機的に結びつけるネットワークの構築が必要であり、問題を解く際にはそのネットワークを最大限に利用して、過去に学習した内容からなるデータベースから必要な考え方や、解答の方針を探し出す作業を行うことになります。

そこで、この問題集は教科書の内容を一通り終え、これから本格的な受験勉強を進めていこうと考えている受験生が自学自習することを想定して、**教科書レベルの力から入試問題攻略に向けての力をつける橋渡しをする**ことを目的として編集しました。

具体的には、教科書の単元にこだわることなく、実際に解法を理解するときにも最も効率がよいと思われる順番で教科書の内容を構成し直し、絶対にマスターしなければならない内容、つまり入試で

「この分野ではここが大切！」「これができなければ合格しない！」

という内容の問題を集め、それらを学習すべき順番に並べました。

また、扱う問題数についてはできる限り絞り込み、「**教科書で学習した内容を確認し、実際の入試問題を解答するために必要な事柄をまとめ、標準的な入試問題を解くことができる**」ことを目指しました。

この問題集を仕上げることで、入試問題を解くために必要な「礎」を築き上げることができます。この問題集から入試に向けて

START DASH !!

本書の特徴と使い方

本書の構成は次の通りです。

第1章 基本の確認 … この問題集で扱う内容について必要な事項を、定義・公式を中心にまとめてあります。理解の助けになるように具体例も掲載しています。一つ一つの内容について自分の手を動かして確認しながら読み進めてください。

第2章 重要テーマのまとめ … 重要テーマごとに典型問題の解法の確認をします。

例題と**問題**で一つのテーマが完成します。

例題を解き、内容を理解したら**問題**を自分の力だけで解いてみてください。

最初はゆっくりでよいので確実に！

問題の解答は別冊の解答編に掲載してあります。答え合わせをして次のテーマに進みましょう。

第3章 易しい入試問題 … 出題内容が明確な入試問題を掲載しています。必要に応じて、HINT を掲載しています。有効に利用してください。

第4章 標準的な入試問題 … 国公立2次・私大試験での出題を想定して教科書に掲載されていない内容(であっても必要なもの)や、複数分野の融合問題などを掲載しています。

すべての読者は第1章から順番に学習を進めてください。

教科書以外の問題を初めて解く読者は、第3章まで終了したら「**ひとまず完成!**」です。

本格的な受験勉強を意識したら、第4章の問題に挑戦してください。

も く じ

第1章 基本の確認	7
1. 絶対値記号と $\sqrt{A^2}$	8
2. 2次関数のグラフ, 平行移動, 対称移動	10
3. 2次関数のグラフと最大・最小	12
4. 2次関数のグラフと2次方程式の解	16
5. 2次関数のグラフと2次不等式	18
6. 指数法則, 累乗根	20
7. 指数関数のグラフと方程式・不等式	22
8. 対数法則と底の変換公式	24
9. 対数関数のグラフと方程式・不等式	26
10. 三角関数の定義と方程式・不等式	28
11. 三角関数の加法定理, 倍角の公式	30
12. 三角関数の合成	32
第2章 重要テーマのまとめ	35
1. 絶対値(1)	36
2. 絶対値(2)	40
3. 2次関数のグラフ, 平行移動, 対称移動	42
4. 2次関数の最大値, 最小値(1)	44
5. 2次関数の最大値, 最小値(2)	48
6. 2次方程式の解の配置	52
7. 2次不等式	56
8. 累乗根, 指数の計算	58
9. 指数の不等式(1)	60
10. 指数の方程式, 指数の不等式(2)	64
11. 対数の計算	66
12. 対数の方程式, 不等式	68
13. 三角関数の方程式, 不等式	72
14. 三角関数の加法定理, 2倍角の公式	74
15. 三角関数の合成, 最大値, 最小値	76
第3章 易しい入試問題	79
第4章 標準的な入試問題	97
別冊 演習問題の解答	

12 三角関数の合成

a, b を $a^2 + b^2 \neq 0$ を満たす実数の定数とするとき、

$$a \sin \theta + b \cos \theta$$

を $r \sin(\theta + \alpha)$ の形で表すことを**三角関数の合成**といいます。与えられた a, b に対して、 $r (> 0)$ と α をどのように定めればよいか考えていきます。

加法定理より、

$$\begin{aligned} r \sin(\theta + \alpha) &= r(\sin \theta \cos \alpha + \cos \theta \sin \alpha) \\ &= (r \cos \alpha) \sin \theta + (r \sin \alpha) \cos \theta \end{aligned}$$

となるので、

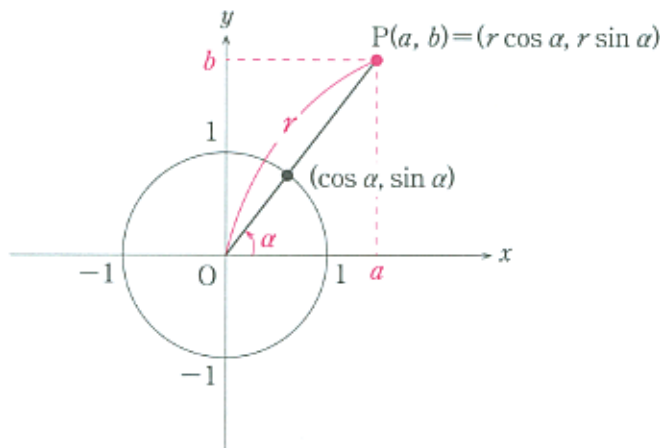
$$a = r \cos \alpha, \quad b = r \sin \alpha$$

とすると、

$$a \sin \theta + b \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha) \quad \cdots \textcircled{1}$$

が成り立ちます。

したがって、座標平面上に点 $P(a, b)$ をとり、 $OP = r$ 、動径 OP の表す角を α とすることで①の変形をおこなうことができます。



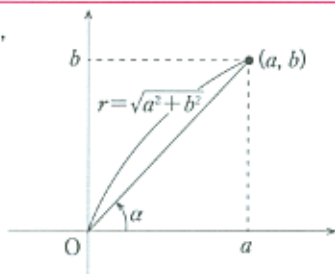
a, b が $a^2 + b^2 \neq 0$ を満たす実数の定数のとき、

$$a \sin \theta + b \cos \theta = r \sin(\theta + \alpha)$$

ただし、 $r = \sqrt{a^2 + b^2}$ であり、 α は、

$$\cos \alpha = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}, \quad \sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

を満たす角である。



演習 3.15

$$\sin 2\theta + \sqrt{3} \cos 2\theta = 2 \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right)$$

であるから、 $1 \leq \sin 2\theta + \sqrt{3} \cos 2\theta \leq \sqrt{2}$ より、

$$1 \leq 2 \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \leq \sqrt{2}.$$

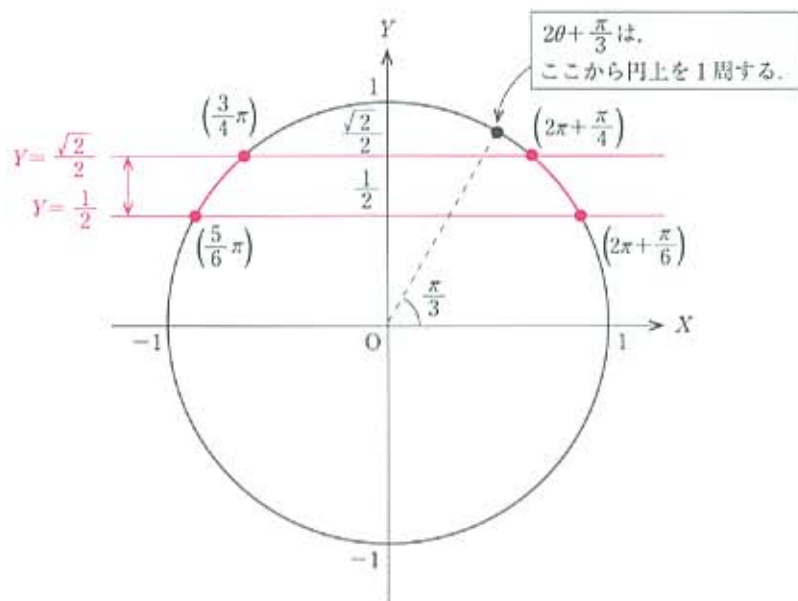
$$\frac{1}{2} \leq \sin\left(2\theta + \frac{\pi}{3}\right) \leq \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

…①

$0 \leq \theta \leq \pi$ のとき、

$$\frac{\pi}{3} \leq 2\theta + \frac{\pi}{3} \leq 2\pi + \frac{\pi}{3}$$

であるから、①より、



$$\frac{3}{4}\pi \leq 2\theta + \frac{\pi}{3} \leq \frac{5}{6}\pi, \quad 2\pi + \frac{\pi}{6} \leq 2\theta + \frac{\pi}{3} \leq 2\pi + \frac{\pi}{4}.$$

$$\frac{5}{12}\pi \leq 2\theta \leq \frac{\pi}{2}, \quad \frac{11}{6}\pi \leq 2\theta \leq \frac{23}{12}\pi.$$

$$\frac{5}{24}\pi \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}, \quad \frac{11}{12}\pi \leq \theta \leq \frac{23}{24}\pi$$

