

はじめに

みなさん、こんにちは。高校生活は楽しいですか？ 勉強は順調ですか？

「勉強はちょっと…。特に数学は。」

という声が聞こえてきそうですね。高校で学ぶ数学は中学で学んできた数学に比べると何倍も難しい内容になっています。さらに、授業のペースも速く、追いついていけないという人も少なくありません。

この本を手にとったあなたは数学の勉強で困っているのかも知れませんが、同じように数学の勉強で困っている人は大勢いるので、「自分には高校の数学は無理だ」などと落ち込むことはありません。しかし、今がんばっておかないと、この先に学ぶ数学Ⅱ・Bでは今以上に困ってしまうことになります。ここであきらめずに踏みとどまることが大切なのです。

この本は、数学の勉強で少し困っている人でも、きちんと理解を深めて、力を伸ばしていけるように構成されています。ここで、この本の使い方を紹介します。

この本では、数学Aの教科書で学ぶ

「場合の数・確率」, 「整数の性質」, 「図形の性質」

を、3つの章に分けて扱います。

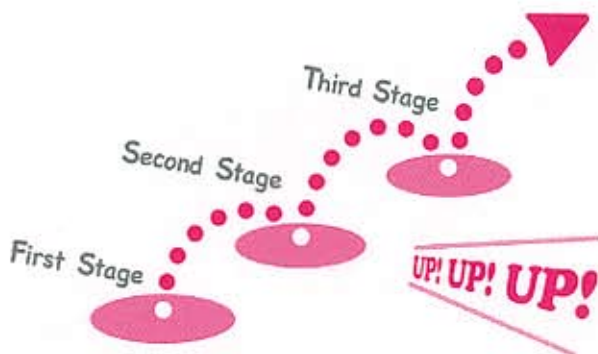
3つの章は、全部で37講に分けられていて、各講において、

左のページに、その講で学ぶ内容の紹介や基本事項の解説

右のページに、**First Stage**, **Second Stage**, **ここがポイント**

が書かれています。各講の難易度は、左ページの上部の★によって表されています。★が増えるほど難しくなりますが、がんばって学びましょう。

さらに、第37講の後に**Third Stage**が用意されています。



第1講 集合

10以下の自然数で3の倍数の集合をAとする。
 $A = \{3, 6, 9, 12, 15\}$... (1) (2) (3) (4) (5)

10以下の自然数で2の倍数の集合をBとする。
 $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14\}$

2つの集合AとBとの両方に含まれるものの集合をAとBの共通部分、**共通部分**といいます。上の例では、AとBは、12であり、 $n(A \cap B) = 2$ です。
 また、2つの集合AとBの少なくとも一方に属するものの集合をAとBの**和集合**といいます。

このとき、 $n(A \cup B)$ 、 $n(A \cap B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ が成り立ちます。
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $n(A \cup B) = 5 + 7 - 2 = 10$

First Stage

(1) $A = \{2, 5, 6, 8, 10, 11, 16\}$, $B = \{3, 6, 7, 8, 9, 12\}$ のとき、 $n(A)$ 、 $n(B)$ 、 $n(A \cap B)$ 、 $n(A \cup B)$ の数を求めよ。

(2) 40以下の自然数を考える。このうち、3の倍数の集合をA、4の倍数の集合をBとする。この場合を求めよ。

(1) $n(A)$ 、 $n(B)$ (2) $n(A)$ (3) $n(A \cap B)$ (4) $n(A \cup B)$

(1) 要素の個数を数えよ。 $n(A) = 7$ 、 $n(B) = 7$ である。
 また $A \cap B = \{6, 12\}$ であるから、 $n(A \cap B) = 2$ であり、
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 7 + 7 - 2 = 12$

(2) (1) $40 \div 3 = 13 \dots 1$ より $n(A) = 13$ 、 $40 \div 4 = 10 \dots 0$ より $n(B) = 10$
 $n(A \cap B) = 40 \div 12 = 3 \dots 8$ より $n(A \cap B) = 3$

(3) AとBは、3の倍数かつ4の倍数の集合であるから、 $n(A \cap B) = 10 \div 3 = 3 \dots 1$ より、 $n(A \cap B) = 3$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 13 + 10 - 3 = 20$

Second Stage

100以下の自然数から、次のような数をいくつか選ぶ。
 (1) 2の倍数 (2) 2の倍数かつ3の倍数 (3) 2の倍数または3の倍数

ヒント
 (1) 3の倍数の個数を求めて、(1)と(2)の結果を併用しよう。

CCO
 AまたはBの要素の個数は、 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ で計算する

まず、左のページに書かれている基本事項の解説 (1) をよく読みましょう。知っている内容であっても、確認することが大切ですから飛ばしてはいけません。

次に、**First Stage** (2) に進みます。解答は穴埋めの形式になっているので、数学が苦手な人でもスムーズにできるでしょう。解答を読みながら [] に当てはまる適切な数や記号を答えいき、考え方を身につけましょう。答えは各ページの下に書かれています。

その後は **Second Stage** (3) の解答を自分の力で作ってみましょう。First Stage よりも少しだけレベルが上がっています。うまく解けない場合にはヒントを参考にして考えてみましょう。答えは別冊に書かれています。

最後に **Third Stage** (80p) です。高校の定期テスト対策を想定した問題になっています。各章の学習が終わってから挑戦してみましょう。詳しい解説が別冊に書かれていますので、たとえ正解できていたとしても、よく読んでおきましょう。

1段階ずつ Stage UP していくことで、あなたの数学の力は、この本で学習する前に比べて何倍も伸びていくでしょう。焦ってはいけません。じっくりと取り組んでください！

さあ、早速始めましょう！

Stage UP で実力 UP !!

| | |
|--------------------|----|
| はじめに | 2 |
| 第1章 場合の数と確率 | |
| 第1講 集合 | 6 |
| 第2講 図や表の活用 | 8 |
| 第3講 和の法則・積の法則 | 10 |
| 第4講 順列 | 12 |
| 第5講 組合せ | 14 |
| 第6講 順列の応用 | 16 |
| 第7講 円順列 | 18 |
| 第8講 同じものを含む順列 | 20 |
| 第9講 組合せの応用(グループ分け) | 22 |
| 第10講 重複順列(グループ分け) | 24 |
| 第11講 確率の定義 | 26 |
| 第12講 確率の加法定理 | 28 |
| 第13講 余事象の確率 | 30 |
| 第14講 独立な試行の確率 | 32 |
| 第15講 反復試行の確率 | 34 |
| 第16講 条件つき確率 | 36 |
| 第2章 整数の性質 | |
| 第17講 素因数分解 | 38 |
| 第18講 約数と倍数 | 40 |
| 第19講 ユークリッドの互除法 | 42 |
| 第20講 2元1次不定方程式の整数解 | 44 |
| 第21講 因数分解の利用 | 46 |
| 第22講 余りの問題 | 48 |
| 第23講 連続する整数の積 | 50 |
| 第24講 分数と小数 | 52 |
| 第25講 2進法の計算 | 54 |
| 第26講 10進法とn進法 | 56 |

第3章 図形の性質

| | | |
|-------------|-----------------|----|
| 第27講 | 内分と外分 | 58 |
| 第28講 | 平行な直線 | 60 |
| 第29講 | 比と長さ、面積の関係 | 62 |
| 第30講 | 角の二等分線 | 64 |
| 第31講 | 三角形の重心 | 66 |
| 第32講 | 三角形の外心、内心 | 68 |
| 第33講 | チェバの定理、メネラウスの定理 | 70 |
| 第34講 | 円周角と中心角、接弦定理 | 72 |
| 第35講 | 円に内接する四角形 | 74 |
| 第36講 | 方べきの定理 | 76 |
| 第37講 | 2つの円、円の接線 | 78 |
| Third Stage | | 80 |

別冊

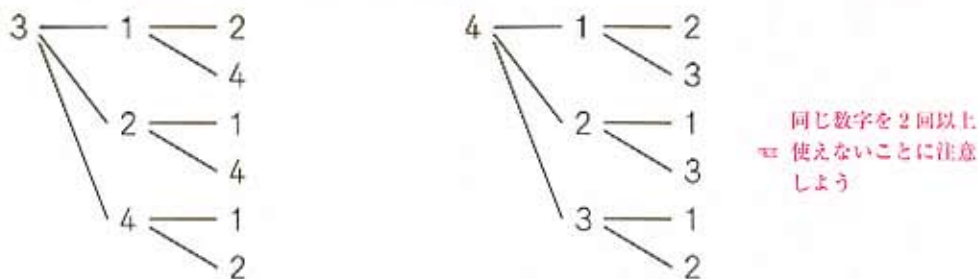
| | |
|------------------|----|
| Second Stage の解答 | 2 |
| Third Stage の解答 | 16 |

第2講 図や表の活用



条件を満たすものが何通りあるかを数えるのに、図や表を利用すると数えやすくなることがあります。

1, 2, 3, 4 から異なる3つの数字を使って3桁の整数を作るとき、300より大きい整数は、次のような樹形図を使って数えることができます。



上の樹形図から、300より大きい整数は12通りできることが分かりますね。

表を使って考えることもあります。

2個のサイコロA, Bを投げたとき、出た目の積が3の倍数となる目の出方が何通りあるかを考えてみましょう。A, Bの出た目の積の値を計算して表を作ってみると、次のようになります。

| A \ B | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|-------|---|----|----|----|----|----|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| 3 | 3 | 6 | 9 | 12 | 15 | 18 |
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
| 5 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 6 | 6 | 12 | 18 | 24 | 30 | 36 |



積が3の倍数になっているのは表の灰色に塗られた部分であり、20通りあることが分かります。

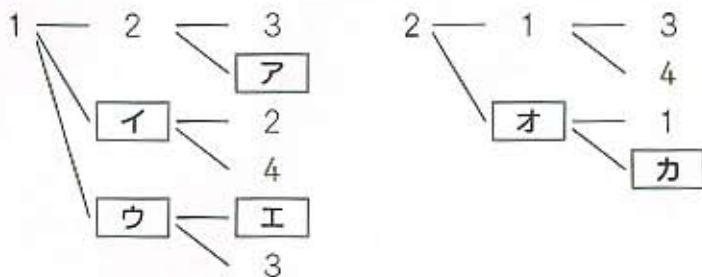
樹形図や表は起こる状況を整理するのに便利ですが、「サイコロが3個になったら表が書けない！」と不安になっている人もいます。心配しなくて大丈夫です。この先のところで、計算によって答えを求める方法をいろいろ勉強しますから。

First Stage ▶ 解答はページ下

- 1, 2, 3, 4 から異なる 3 つの数字を使って 3 桁の整数を作るとき、
- (1) 240 より小さい整数は何通りできるか。
- (2) 240 より小さい整数で偶数は何通りできるか。

樹形図を書いて、240 より小さい整数が何通りできるかを考える。

3 つの数字が異なることに注意して、百の位から並べていくと次のようになる。



- (1) 上の樹形図から、240 より小さい整数は **キ** 通りできる。
- (2) 240 より小さい整数で偶数は **ク** 通りできる。※ 一の位が 2 か 4 のものがいくつあるかを数えましょう

Second Stage ▶ 解答は別冊2ページ

- [1] 2 個のサイコロ A, B を投げたとき、出た目の和が 4 の倍数になるのは何通りか。
- [2] 0, 1, 2, 3 から異なる 3 つの数字を使って 3 桁の整数を作るとき、220 より小さい整数は何通りできるか。

ヒント

- [1] 目の和が 4, 8, 12 になる場合を考えましょう。
- [2] 百の位に 0 は使えないことにも注意しましょう。

ここがポイント

状況を整理する道具として、樹形図や表が有効な場合がある