



着実な1歩が未来を切り開く

この問題集は、2022年度に行われた全国の大学入試問題に目を通し、その中から2023年度入試において役立ち、解くことによって、得るものが多いと思われる問題を基本的なものから発展的なものまで幅広く厳選して収録しています。各問題の解答は、練習を積み重ねれば受験生が試験場でも思いつきやすい標準的な解法を心掛けました。さらに、今後の学習につながるように、必要に応じて方針、別解、注、参考をつけています。今まで磨いてきた自分の数学力を試す材料として、夏以降の実戦的な力を身につけるための対策として、また、過去問に挑戦するまでに行う弱点補強として、是非活用してください。

1題1題真剣に考えた時間は、大きな力になっていきます。2023年度の入試において、問題をひらいた瞬間、答まで辿り着く解答方針と明るい未来への道が開かれることを期待しています。

河合塾 数学科

(注)

- ・問題編はとりはずしが可能な別冊になっています。解答と照らし合わせて考えたいときに活用してください。
- ・問題番号の左上に*印のついた問題は、実際の入試に若干の修正を加えています(穴埋め→記述式の変更も含む)。また、整数(数学A)は数学Ⅱ、Bの知識を必要とする問題があるため、そのような問題には問題番号の左下に△印をつけています。

本書を用いての学習アドバイス

利用法 1 本番の入試のつもりで先入観を持たずに時間を計って解く。

復習のときに次のページに書かれている各問題のテーマを参考にして、自分が持っている参考書などで理解を深めていくとよいでしょう。

利用法 2 基本的な問題から始め、応用、発展へとつなげていく。

各問題に対して、次のページで大まかな目安をつけています。

◆ 「その分野の基本的な発想・知識・計算技術を学ぶのに適した問題」

入試までに、確実に身につけたい基本事項が詰まった問題です。自分の力で完答できるまで、何度も繰り返し練習しましょう。

◆◆ 「融合色のある実践的な問題や、有名なテーマの問題」

入試において、合否を決める問題です。なかには、例年よく出題される、経験のあるなしで大きな差となる問題も含まれています。各分野で学んだ基本事項をどのように応用していけばよいか、問題演習を通して習得しましょう。

◆◆◆ 「思考力を鍛える問題や、高度な技法を用いる問題」

難関大学の入試において差のつく問題です。なかには、受験勉強の総仕上げにふさわしい難問も含まれています。すぐに答えを見るのではなく時間をかけて自分自身で解法の糸口を見つける訓練をしましょう。

ただし、◆が少ない問題が必ずしも易しいというわけではないので注意してください。

収録問題の概要

記号◆の意味については前ページを参照してください。

記号の隣に書かれている事柄は各問題のテーマです。この問題集の一題から広げて、自分が使ってきたテキスト・参考書などで復習し、問題ごとのつながりを考えることで理解を深め、次の一題につなげてください。

数学 I

- 1◆ 対称式の値
- 2◆ 絶対値記号を含む方程式
- 3◆◆ ガウス記号を含む方程式
- 4◆ 2次関数の最大最小
- 5◆◆ 絶対値記号を含む関数の最大最小
- 6◆ 2次方程式の解の配置
- 7◆ 不等式がつねに成り立つ条件
- 8◆ 角の二等分線の性質
- 9◆◆ 三角形に関する計量
- 10◆◆ 円に内接する四角形
- 11◆ 三角形の内接円の半径
- 12◆◆ 三角錐の体積の最大値
- 13◆ データの分散
- 14◆◆ データの比較、代表値

数学 A

- 15◆ 3つの集合、包除原理
- 16◆ 順列の個数
- 17◆ 円順列の個数
- 18◆ 組分けの数
- 19◆ 組合せの個数
- 20◆◆ 重複組合せの個数
- 21◆ 確率
- 22◆ 余事象の確率
- 23◆◆ 反復試行の確率
- 24◆ じゃんけんと確率
- 25◆ 条件付き確率
- 26◆◆ 確率の最大値
- 27◆◆ 約数・倍数に関する確率
- 28◆ 図形の性質、方べきの定理
- 29◆ 約数の個数
- 30◆ 1次不定方程式の解
- 31◆ 約数の利用、素数
- 32◆◆ 最大公約数
- 33◆ 位取り記数法
- 34◆◆ 最大公約数、剰余類
- 35◆◆◆ 整数に関する論証
- 36◆◆◆ 剰余に関する周期

数学Ⅱ

- 37◆** 展開式の一般項
38◆ 整式の除法
39◆◆ 条件を満たす整式の個数
40◆◆ 3次方程式の解と係数の関係
41◆◆ 4次方程式の解と係数の関係
42◆◆ 3次方程式の解
43◆ 円の接線
44◆ 2円の位置関係
45◆ 共通接線, 相加平均と相乗平均の大小関係
46◆◆ 2直線の交点の軌跡
47◆◆ 線分の midpoint の軌跡
48◆◆ 領域における最大値
49◆◆ 変数の変換, 領域における最大値
50◆◆◆ 線分の通過領域
51◆◆ 三角関数の有理関数表示
52◆ 三角関数の最大値, 合成
53◆◆ 三角関数の図形への応用
54◆◆ 正接の倍角公式
55◆◆◆ 三角関数に関する論証, 高次方程式の有理数解
56◆ 対称式の値
57◆ 指数・対数関数を含む方程式・不等式
58◆ 指数関数を含む方程式の解の個数
59◆ 対数を含む関数の最大最小
60◆ 指数を含む関数の最大値
61◆ 桁数
62◆◆ 常用対数の利用
63◆ 放物線の接線
64◆ 3次関数の最大値
65◆ 図形量の最大
66◆◆◆ 図形量のとり得る値の範囲
67◆ 4次方程式の解の個数
68◆ 接線の本数
69◆ 定積分で表された関数の決定
70◆◆ 絶対値記号を含む関数の定積分
71◆◆ 直線と放物線に関する面積
72◆◆ 線分と放物線に関する面積の最小値
73◆◆ 放物線と2接線に関する面積
74◆◆ 3次関数に関する面積
75◆◆ 面積が等しくなる条件
76◆◆◆ 2つの3次関数で囲む部分の面積

数学B

- 77◆ 等差数列, 等比数列
- 78◆ 階差数列, 和の計算
- 79◆ 群数列
- 80◆◆ 数列の最小
- 81◆◆ 和と一般項の関係, 2項間漸化式
- 82◆◆ 格子点の個数
- 83◆◆ 3項間漸化式
- 84◆◆◆ 和と一般項の関係, 数列の決定
- 85◆◆ 2項間漸化式
- 86◆◆ フィボナッチ数列
- 87◆◆ 図形と数列の融合問題
- 88◆◆ 場合の数と漸化式
- 89◆◆ 確率と数列の融合問題
- 90◆◆ 確率と漸化式
- 91◆ 2直線の交点の位置ベクトル
- 92◆◆ 平面ベクトルと面積比
- 93◆ 内積, ベクトルの大きさの最小値
- 94◆ 位置ベクトルと三角形の面積
- 95◆ 2直線が直交する条件
- 96◆◆ 直交条件の利用
- 97◆◆ 外心の位置ベクトル
- 98◆ 空間ベクトルと体積比
- 99◆ 垂線の足, 直線と平面の交点
- 100◆ 直線と平面の交点の位置ベクトル
- 101◆◆ 四面体の内接球の中心
- 102◆◆ 平面に関する対称点, 折れ線分の長さの最小
- 103◆ 座標空間における直線
- 104◆◆ 垂線の足の座標, 球面と平面の交円
- 105◆◆◆ 線分の動く範囲の体積
- 106◆◆ 三角柱の切断面の面積
- 107◆ 平面, 球面の方程式
- 108◆ 確率変数の期待値, 分散

数学Ⅲ

- 109◆** 逆関数, 面積
110◆ 合成関数, 数学的帰納法
111◆ 1の5乗根
112◆◆ 極形式, 相反方程式の解
113◆ 等式を満たす複素数, 点の回転・相似拡大
114◆ 複素数平面上で正三角形, 直角三角形を作る条件
115◆◆ 複素数平面上の点列
116◆◆ ド・モアブルの定理
117◆ 複素数平面上の点の軌跡, 交点
118◆ 複素数平面上の点の軌跡, 共有点をもつ条件
119◆◆ 複素数平面上の点の軌跡, 1次分数変換
120◆◆ 極限と微分係数
121◆◆ 数列の極限, 平均値の定理
122◆◆ 図形と無限等比級数
123◆◆ 数列の極限, 無限級数
124◆◆ 関数の極値
125◆◆◆ 関数の最大値, 不等式の証明
126◆ 曲線の媒介変数表示と接線
127◆ 方程式の実数解の個数, 関数の最大値
128◆ 放物線の共通接線の本数
129◆ ネイピア数に関する不等式の証明
130◆◆ 不等式の証明
131◆ 変曲点の座標, 曲線と直線に関する面積
132◆ 2曲線で囲む部分の面積
133◆◆ 減衰曲線と面積, 数列の極限
134◆ 回転体の体積
135◆ 回転体の体積
136◆◆ 曲線の長さ
137◆◆ 曲線の媒介変数表示と回転体の体積
138◆◆ 外サイクロイド, 面積
139◆◆◆ 円柱に関する体積
140◆◆ 斜軸周りの回転体の体積
141◆ 区分求積法
142◆◆ 絶対値記号を含む関数の定積分
143◆◆ 奇関数に関する定積分
144◆ 定積分を含む関数の決定
145◆ 定積分と不等式
146◆◆ 定積分と不等式, 数列の極限
147◆◆ 定積分と漸化式
148◆◆ 定積分と漸化式, 数列の極限
149◆ 関数の最大値, 面積, 極限
150◆◆◆ 定積分と不等式, 中間値の定理
151◆ 楕円・双曲線の焦点
152◆ 楕円上の点と直線の距離
153◆◆ 楕円の接線

$$BM = \frac{3}{4}BC = 3, \quad \angle ABM = 60^\circ$$

であるから、三角形 ABM に余弦定理を用いると、

$$\begin{aligned} AM^2 &= 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cos 60^\circ \\ &= 25 - 24 \cdot \frac{1}{2} \\ &= 13. \end{aligned}$$

よって、

$$AM = \sqrt{13}.$$

また、 $\triangle CMD \equiv \triangle CMA$ であるから、

$$DM = AM = \sqrt{13}.$$

よって、三角形 AMD に余弦定理を用いると、

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{(\sqrt{13})^2 + (\sqrt{13})^2 - 4^2}{2 \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{13}} \\ &= \boxed{\frac{5}{13}}. \end{aligned}$$

$0^\circ < \theta < 90^\circ$ より $\sin \theta > 0$ であるから、

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{5}{13}\right)^2} \\ &= \frac{12}{13}. \end{aligned}$$

よって、三角形 AMD の面積を S とすると、

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \cdot \sqrt{13} \cdot \sqrt{13} \sin \theta \\ &= \frac{13}{2} \cdot \frac{12}{13} \\ &= 6. \end{aligned} \quad \dots \textcircled{1}$$

三角形 AMD の内接円の半径を r とすると、

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2}r(AM + MD + DA) \\ &= \frac{1}{2}r \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{13} + 4) \\ &= (\sqrt{13} + 2)r. \end{aligned} \quad \dots \textcircled{2}$$

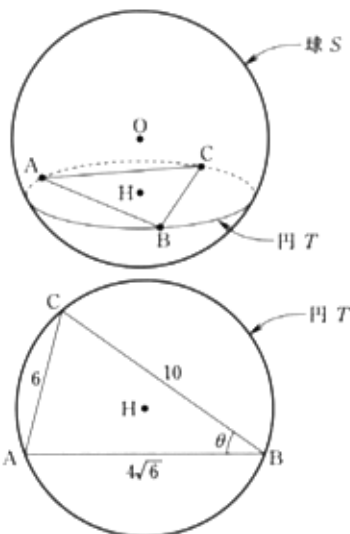
①、②より、

$$(\sqrt{13} + 2)r = 6.$$

したがって、

$$r = \frac{6}{\sqrt{13} + 2} = \boxed{\frac{2(\sqrt{13} - 2)}{3}}.$$

12



(1) $\angle ABC = \theta$ とおく、

三角形 ABC に余弦定理を用いると、

$$\begin{aligned} \cos \theta &= \frac{10^2 + (4\sqrt{6})^2 - 6^2}{2 \cdot 10 \cdot 4\sqrt{6}} \\ &= \boxed{\frac{2}{\sqrt{6}}}. \end{aligned}$$

$\sin \theta > 0$ であるから、

$$\begin{aligned} \sin \theta &= \sqrt{1 - \cos^2 \theta} \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}}. \end{aligned}$$

平面 ABC で球面 S を切った切り口の円 T は、三角形 ABC の外接円であるから、その半径を R とし、三角形 ABC に正弦定理を用いると、

$$R = \frac{CA}{2 \sin \theta}$$