はじめに　―2023年度入試に向けて―

着実な１歩が未来を切り開く

この問題集は，2022年度に行われた全国の大学入試問題に目を通し，その中から2023年度入試において役立ち，解くことによって，得るものが多いと思われる問題を基本的なものから発展的なものまで幅広く厳選して収録しています．各問題の解答は，練習を積めば受験生が試験場でも思いつきやすい標準的な解法を心掛けました．さらに，今後の学習につながるように，必要に応じて方針，別解，注，参考をつけています．今まで磨いてきた自分の数学力を試す材料として，夏以降の実戦的な力を身につけるための対策として，また，過去問に挑戦するまでに行う弱点補強として，是非活用してください．

１題１題真剣に考えた時間は，大きな力になっていきます．2023年度の入試において，問題をひらいた瞬間，答まで辿り着く解答方針と明るい未来への道が開かれることを期待しています．

河合塾　数学科

（注）

・問題編はとりはずしが可能な別冊になっています．解答と照らし合わせて考えたいときに活用してください．

・問題番号の左上に＊印のついた問題は，実際の入試に若干の修正を加えています（穴埋め→記述式の変更も含む）．また，整数（数学Ａ）は数学Ⅱ，Ｂの知識を必要とする問題があるため，そのような問題には問題番号の左下に△印をつけています．

本書を用いての学習アドバイス

利用法１　本番の入試のつもりで先入観を持たずに時間を計って解く．
復習のときに次のページに書かれている各問題のテーマを参考にして，自分が持っている参考書などで理解を深めていくとよいでしょう．

利用法２　基本的な問題から始め，応用，発展へとつなげていく．
各問題に対して，次のページで大まかな目安をつけています．

◆　　「その分野の基本的な発想・知識・計算技術を学ぶのに適した問題」

入試までに，確実に身につけたい基本事項が詰まった問題です．自分の力で完答できるまで，何度も繰り返し練習しましょう．

◆◆　「融合色のある実戦的な問題や，有名なテーマの問題」

入試において，合否を決める問題です．なかには，例年よく出題される，経験のあるなしで大きな差となる問題も含まれています．各分野で学んだ基本事項をどのように応用していけばよいか，問題演習を通して習得しましょう．

◆◆◆「思考力を鍛える問題や，高度な技法を用いる問題」

難関大学の入試において差のつく問題です．なかには，受験勉強の総仕上げにふさわしい難問も含まれています．すぐに答えを見るのではなく時間をかけて自分自身で解法の糸口を見つける訓練をしましょう．

ただし，◆が少ない問題が必ずしも易しいというわけではないので注意してください．

収録問題の概要

記号◆の意味については前ページを参照してください．
記号の隣に書かれている事柄は各問題のテーマです．この問題集の一題から広げて，自分が使ってきたテキスト・参考書などで復習し，問題ごとのつながりを考えることで理解を深め，次の一題につなげてください．

数学Ⅰ

1◆	対称式の値
2◆	絶対値記号を含む方程式
3◆◆	ガウス記号を含む方程式
4◆	2次関数の最大最小
5◆◆	絶対値記号を含む関数の最大最小
6◆	2次方程式の解の配置
7◆	不等式がつねに成り立つ条件
8◆	角の二等分線の性質
9◆◆	三角形に関する計量
10◆◆	円に内接する四角形
11◆	三角形の内接円の半径
12◆◆	三角錐の体積の最大値
13◆	データの分散
14◆◆	データの比較，代表値

数学A

15◆	3つの集合，包除原理
16◆	順列の個数
17◆	円順列の個数
18◆	組分けの数
19◆	組合せの個数
20◆◆	重複組合せの個数
21◆	確率
22◆	余事象の確率
23◆◆	反復試行の確率
24◆	じゃんけんと確率
25◆	条件付き確率
26◆◆	確率の最大値
27◆◆	約数・倍数に関する確率
28◆	図形の性質，方べきの定理
29◆	約数の個数
30◆	1次不定方程式の解
31◆	約数の利用，素数
32◆◆	最大公約数
33◆	位取り記数法
34◆◆	最大公約数，剰余類
35◆◆◆	整数に関する論証
36◆◆◆	剰余に関する周期

数学Ⅱ

数学B

数学Ⅲ

109◆ 逆関数，面積
110◆ 合成関数，数学的帰納法
111◆ １の５乗根
112◆◆ 極形式，相反方程式の解
113◆ 等式を満たす複素数，点の回転・相似拡大
114◆ 複素数平面上で正三角形，直角三角形を作る条件
115◆◆ 複素数平面上の点列
116◆◆ ド・モアブルの定理
117◆ 複素数平面上の点の軌跡，交点
118◆ 複素数平面上の点の軌跡，共有点をもつ条件
119◆◆ 複素数平面上の点の軌跡，１次分数変換
120◆◆ 極限と微分係数
121◆◆ 数列の極限，平均値の定理
122◆◆ 図形と無限等比級数
123◆◆ 数列の極限，無限級数
124◆◆ 関数の極値
125◆◆◆ 関数の最大値，不等式の証明
126◆ 曲線の媒介変数表示と接線
127◆ 方程式の実数解の個数，関数の最大値
128◆ 放物線の共通接線の本数
129◆ ネイピア数に関する不等式の証明
130◆◆ 不等式の証明
131◆ 変曲点の座標，曲線と直線に関する面積
132◆ ２曲線で囲む部分の面積
133◆◆ 減衰曲線と面積，数列の極限
134◆ 回転体の体積
135◆ 回転体の体積
136◆◆ 曲線の長さ
137◆◆ 曲線の媒介変数表示と回転体の体積
138◆◆ 外サイクロイド，面積
139◆◆◆ 円柱に関する体積
140◆◆ 斜軸周りの回転体の体積
141◆ 区分求積法
142◆◆ 絶対値記号を含む関数の定積分
143◆◆ 奇関数に関する定積分
144◆ 定積分を含む関数の決定
145◆ 定積分と不等式
146◆◆ 定積分と不等式，数列の極限
147◆◆ 定積分と漸化式
148◆◆ 定積分と漸化式，数列の極限
149◆ 関数の最大値，面積，極限
150◆◆◆ 定積分と不等式，中間値の定理
151◆ 楕円・双曲線の焦点
152◆ 楕円上の点と直線の距離
153◆◆ 楕円の接線

$$\mathrm{BM}=\frac{3}{4}\mathrm{BC}=3,\quad \angle\mathrm{ABM}=60^\circ$$

であるから，三角形 ABM に余弦定理を用いると，

$$\mathrm{AM}^2=4^2+3^2-2\cdot4\cdot3\cos60^\circ$$
$$=25-24\cdot\frac{1}{2}$$
$$=13.$$

よって，

$$\mathrm{AM}=\sqrt{13}.$$

また，△CMD≡△CMA であるから，

$$\mathrm{DM}=\mathrm{AM}=\sqrt{13}.$$

よって，三角形 AMD に余弦定理を用いると，

$$\cos\theta=\frac{(\sqrt{13})^2+(\sqrt{13})^2-4^2}{2\cdot\sqrt{13}\cdot\sqrt{13}}$$
$$=\boxed{\frac{5}{13}}.$$

$0^\circ<\theta<90^\circ$ より $\sin\theta>0$ であるから，

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$$
$$=\sqrt{1-\left(\frac{5}{13}\right)^2}$$
$$=\frac{12}{13}.$$

よって，三角形 AMD の面積を S とすると，

$$S=\frac{1}{2}\cdot\sqrt{13}\cdot\sqrt{13}\sin\theta$$
$$=\frac{13}{2}\cdot\frac{12}{13}$$
$$=6. \qquad \cdots①$$

三角形 AMD の内接円の半径を r とすると，

$$S=\frac{1}{2}r(\mathrm{AM}+\mathrm{MD}+\mathrm{DA})$$
$$=\frac{1}{2}r\cdot(\sqrt{13}+\sqrt{13}+4)$$
$$=(\sqrt{13}+2)r. \qquad \cdots②$$

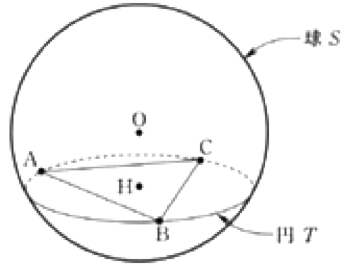
①，② より，

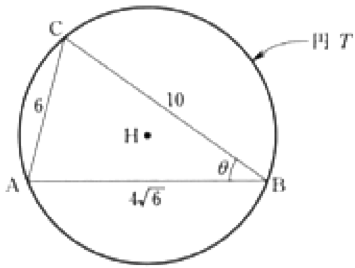
$$(\sqrt{13}+2)r=6.$$

したがって，

$$r=\frac{6}{\sqrt{13}+2}=\boxed{\frac{2(\sqrt{13}-2)}{3}}.$$

12





(1)　$\angle\mathrm{ABC}=\theta$ とおく．

三角形 ABC に余弦定理を用いると，

$$\cos\theta=\frac{10^2+(4\sqrt{6})^2-6^2}{2\cdot10\cdot4\sqrt{6}}$$
$$=\boxed{\frac{2}{\sqrt{6}}}.$$

$\sin\theta>0$ であるから，

$$\sin\theta=\sqrt{1-\cos^2\theta}$$
$$=\sqrt{1-\left(\frac{2}{\sqrt{6}}\right)^2}$$
$$=\frac{1}{\sqrt{3}}.$$

平面 ABC で球面 S を切った切り口の円 T は，三角形 ABC の外接円であるから，その半径を R とし，三角形 ABC に正弦定理を用いると，

$$R=\frac{\mathrm{CA}}{2\sin\theta}$$